



HELYI TANTERV

matematika

reál tagozat

Készült Nemzeti alaptantervben foglalt szabályozások alapján közzétett kerettanterv felhasználásával.

Helyi tanterv 2020. szeptember 1-jétől felmenő rendszerben (9. évfolyamokon) kerül bevezetésre.

Várpalota, 2020. június 30.

Matematika helyi tanterv Gimnázium (9-12)

reál tagozat

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakörök a 9-10. évfolyamon	Helyi tantervi óraszámok 9. évf.	Helyi tantervi óraszámok 10. évf.
Halmazok	10+3	0
Matematikai logika	0	10+3
Kombinatorika, gráfok	0	12+4
Számhalmazok, műveletek	8+3	0
Hatvány, gyök	6+3	8+3
Betűs kifejezések alkalmazása	12+4	0
Arányosság, százalékszámítás	8+3	0
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18+6	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	0	16+5
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	10+3	8+3
Geometriai alapismeretek	4+1	0
Háromszögek	6+3	10+3
Négyszögek, sokszögek	5+1	5+2
A kör és részei	5+1	5+2
Transzformációk, szerkesztések	10+3	10+3
Leíró statisztika		10+3
Valószínűségszámítás	0	8+3
Kerettanterv szerinti összes (95%)	136	136
Számonkérés és ismétlés (5%)	6+2	6+2
összesen:	144	144

Témakörök a 11-12. évfolyamon	Helyi tantervi óraszámok 11. évf.	Helyi tantervi óraszámok 12. évf.
Halmazok, matematikai logika	0	6+4
Kombinatorika, gráfok	10+6	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	8+4	0

Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	18+12	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12+8	0
Sorozatok		20+12
Folytonosság, differenciálszámítás		15
Integrálszámítás		12
Trigonometria	14+16	0
Térgeometria		20+10
Koordinátagéometria	20+10	0
Leíró statisztika	12+6	0
Valószínűségszámítás	8+8	6+10
Rendszerező összefoglalás		32+8
Kerettanterv szerinti összes (95%)	172	155
Számonkérés és ismétlés (5%)	6+2	3+2
Összesen:	180	160

9. évfolyam

Témakör	Halmazok	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok megadása különböző módokon.</p> <p>Halmazműveletek 2-3 halmazra: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz.</p> <p>Definíciók megfogalmazása, megértése.</p> <p>Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p> <p>Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitálására.</p>	<p>Informatika: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p>Biológia-egészségtan: rendszer-tan.</p>
<p>Halmazok számossága.</p> <p>Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok.</p> <p>Logikai szita módszere 2-3 halmaz elemszámának meghatározásához.</p> <p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p>	<p>A „végtelen szálloda” mint modell.</p> <p>Mindennapi életből vett feladatok.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/Fogalmak	alaphalmaz, részhalmaz, üreshalmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek, halmazok elemszáma, logikai szita.		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - halmazokat különböző módon megad - halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi - alkalmazza a logikai szita elvét - véges halmazok elemszámát meghatározza 		

Témakör	Számhalmazok, műveletek	Óraszám 8+3
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek előjeles számokkal. Műveletek sorrendje, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok felépülése.</p> <p>Racionális számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Átírás.</p> <p>Irracionális számok. A valós számkör.</p> <p>Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, zárójelek helyes használata.</p> <p>A valós számok és a számegegyes kapcsolata.</p>	<p>Számológép helyes használatának elsajátítása, pl. műveleti sorrend, zárójelek, előjelek.</p> <p>Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, hallás és olvasás alapján.</p> <p>Tanulói kiselőadás helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásáról.</p>	<p>Természettudományok: mértékegységek, nagyságrendek.</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számok abszolútértéke, ellentettje, reciprok. Adott jegyre kerekítés, észszerű kerekítés.		Becslés, nagyságrendek ellenőrzése. Tanteremben végzett mérések esetén megfelelő kerekítés.	
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.		Matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám, irracionális szám, valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, abszolútérték, ellentett, reciprok, nyílt intervallum, zárt intervallum		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleti azonosságok helyes használata - racionális számokat tizedestörtbe és rendes törtbe is felír - ismeri az intervallumokat, abszolútérték, ellentett és reciprok fogalmát - a számolással kapott eredményt nagyságrendileg megbecsüli, - megfelelően kerekít 		

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 6+3
Előzetes tudás	Hatványozás pozitív egész kitevőre. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.	A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	Fizika; kémia; biológia- a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hatványozás Pozitív egész, 0, és negatív egész kitevőre. Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. hatványazonosságok bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevőre.		Csoportmunka: papírlap hajtogatósi feladat 2,3,5 hatványainak felismerése	Természettudományok: mértékegységek törtrészei és többszörösei.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	normálalak, hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza az egész kitevős hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait - ismeri és alkalmazza a normál alakot 		

Témakör	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	Óraszám 12+4
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	<p>„Gondolj egy szára és én kitalálom” játék, matematika bűvésztükkök algebrai magyarázata</p>	
<p>Nevezetes azonosságok:</p> $(a \pm b)^2; (a + b) \cdot (a - b);$ <p><i>további nevezetes azonosságok:</i></p> $(a+b+c)^2, a^2 - b^2, a^3 - b^3, a^3 + b^3$ <p>Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.</p> <p>Egyszerű másodfokú polinom teljes négyzetté alakítása.</p>	<p>Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése.</p> <p>Nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése.</p> <p>Számolási „trükkök” fejben, azonosságok segítségével.</p>	
<p>Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma, A számelmélet alaptétele.</p> <p><i>Végtelen sok prímszám van.</i></p> <p><i>Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről.</i></p> <p><i>Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényező felbontásból.</i></p> <p><i>Kis Fermat-tétel.</i></p> <p><i>Néhány speciális prím: pl. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek</i></p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Azonos átalakítások.</p> <p>–Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.</p> <p>–Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés.</p> <p>A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.</p> <p><i>Polinom osztása polinommal</i></p>			Fizika; kémia: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	összeg, tag, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, teljes négyzet, algebrai tört, azonosság		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleteket végez algebrai kifejezésekkel, - ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat, - átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával 		

Témakör	Arányosság, százalékszámítás	Óraszám 8+3
Előzetes tudás	mértékegységek átváltása, egyenes arányosság, fordított arányosság	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az egyenes és a fordított arányosság definiálása és grafikus ábrázolása. Arányossági feladatok megoldása. Legyen stabil a százalék fogalma. Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Egyenes és fordított arányosság fogalma.</p> <p>Alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során.</p> <p>Grafikon felismerése, készítése</p> <p>Mindennapi életből vett mennyiségpárok.</p>		Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű-katalógusok stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.	Fizika: egyenes és fordított arányos mennyiségek. pl. Út-idő grafikon , nyomás-térfogat grafikon

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Százalékszámítási feladatok Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó egyszerű feladatok		Háztartási számlák elemzése az azokban megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével. Törtrészek és százalék közötti kapcsolat, egyszerű százalékok fejből gyakoroltatása.	Fizika, kémia, földrajz, informatika: százalékszámítási feladatok, százalékos adatok értelmezése. Keveréses feladatok. Állampolgári ismeretek: THM, EBKM fogalma.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék alap, százalékláb, százalékhány		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a százalék alap, -érték, -láb, -pont fogalmát - ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosságot 		

Témakör	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	Óraszám 18+6
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának beállítása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása, algebrai azonosságok alkalmazása.	Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportban.	
Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.		

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.		Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során	
Elsőfokú egyenletrendszerek: Grafikus megoldás, behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata		Hiányos, túlhatározott, illetve elmentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata.	Informatika: számítógépes program használata.
Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvével és grafikusán.		Nyílt végű problémák megoldása	
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása		Út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok	Fizika: kinematika, dinamika. Kémia: oldatok összetétele
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alaphalmaz, megoldáshalmaz, ellentmondás, azonosság, értelmezési tartomány, mérlegelv, ekvivalens átalakítás, hamis gyök.		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás - tud megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert 		

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény,.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.	Összetett, valódi helyzetekkel, kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában	Földrajz, pénzügyi ismeretek: demográfiai, pénzügyi grafikonok
<p>Függvény fogalma.</p> <p>A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Függvények ábrázolása táblázat alapján.</p> <p>Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására.</p> <p>A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása</p>	Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	Informatika: függvényábrázolás, grafikonszerkesztés.
<p>Elsőfokú függvények, lineáris függvények.</p> <p>Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.</p> <p>Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása</p>	Hétköznapi tevékenységekhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (pl. út-idő az iskolába való eljutáshoz)	Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek.
<p>Abszolút érték-függvény</p> <p><i>Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény</i></p> <p>Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai</p> <p>Hozzárendelési utasítás leolvasása grafikonról.</p>		Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.
<p>Függvény-transzformációk.</p> <ul style="list-style-type: none"> - A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(x)$. <p>Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása</p>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvény hagyományosan és digitálisan ábrázol - megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi - grafikonról leolvass alapvető tulajdonságokat 		

Témakör	Geometriai alapismeretek	Óraszám 4+1
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, hajlásszöge. Alapszerkesztések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík kölcsönös helyzete Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága, hajlásszöge.		Osztályteremben „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezen távolságok megmérése. Méterarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése	Földrajz: térképészet, arányos távolságok meghatározása Képzőművészet, kertészet, szabás- varrás.
Szögfajták, szögek szerkesztése, szögmásolás. Nevezetes szögparok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek			
Nevezetes ponthalmazok. Szakaszfelező merőleges és szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete. Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.		Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Kulcsfogalmak/Fogalmak	pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szögfelező, szakaszfelező merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsházugszögek, egyállású szögek, váltószögek	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét és alkalmazza feladatokban - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait - alapszerkesztéseket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel 	

Témakör	Háromszögek	Óraszám 6+3
Előzetes tudás	Háromszögek tulajdonságai, speciális háromszögek elnevezései és tulajdonságai. Mértékegységek helyes átváltása. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel ismerete. Háromszög területe.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszög oldalai, szögei és oldalai valamint szögei közötti összefüggések. Háromszög-egyenlőtlenség.</p> <p style="text-align: center;">A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban</p> <p>Speciális háromszögek tulajdonságai, szabályos, egyenlő szárú, derékszögű.</p>	Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzatokká.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak , tételek ismerete és alkalmazása:</p> <p>A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre.</p> <p>A háromszög magasságvonalai, magasságpontja.</p> <p>A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei.</p> <p>A háromszög súlyvonalai, súlypontja.</p> <p>A háromszög középvonalai</p> <p>Oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.</p> <p><i>Geometriai szerkesztő program használata, Euler-gyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.</i></p>		<p>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában.</p>	
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása.</p> <p>Számítási feladatok síkban és térben.</p>		<p>Derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása Pitagorasz –tételeknek megfelelően.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt és beírt kör		
Továbbhaladás feltétele	- ismeri és alkalmazza a háromszögre vonatkozó ismereteket, - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz –tételt és megfordítását		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 5+1
Előzetes tudás	Speciális négyszögek fogalmának , sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismerje és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket tudja kiszámítani; Ismerje és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; tudja kiszámítani a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. Átdarabolással tudja kiszámítani a sokszögek területét.
---	--

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Négyszögek Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai. Belső és külső szögekre vonatkozó tételek		
Sokszögek. Szabályos sokszög fogalma. Átlók száma konvex sokszögeknél átlók száma, külső és belső szögösszegre vonatkozó tételek, azok bizonyítása és alkalmazása.	Belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Továbbhaladás feltételei	ismeri és alkalmazza a négyszögekre és sokszögekre vonatkozó ismereteket ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait,	

Témakör	A kör és részei	Óraszám 5+1
Előzetes tudás	Kör definíciója, kerülete, területe	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismerje a körérintő fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral; Ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítási igény kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Thalész tétele és a tétel megfordításának ismerete és alkalmazása. A Thalész-tétel bizonyítása		Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával. Állítás, és megfordításának gyakorlása	Fizika: látószög fogalma
Kör érintője és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége. A külső pontból húzott érintőszakaszok tétele. <i>Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése.</i>			Fizika: a körmozgást végző test sebessége
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza Thalész –tételét és megfordítását - ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral, az érintőszakaszok egyenlőségét 		

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, párhuzamos eltolás, forgatás. Szimmetrikus alakzatok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A transzformációk során megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai transzformáció fogalma.</p> <p>Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel.</p> <p style="text-align: center;">Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.</p> <p>Vektorok fogalma, párhuzamos eltolás.</p> <p>Egybevágósági transzformációk tulajdonságai:</p> <p>Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása.</p> <p>Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.</p> <p><i>Geometriai transzformációk szorzata.</i></p>	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésre, pl. fényképezés, filmvetítés.</p> <p>Tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok páros munkában.</p>	<p>Fizika: vektormennyiségek, vektorműveletek</p> <p>Fizika: elmozdulásvektor, forgások. Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p>
<p>Az egybevágóság fogalma.</p> <p style="text-align: center;">A háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p> <p>Alakzatok egybevágósága.</p>	<p>Sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével.</p>	
<p>Szimmetrikus alakzatok.</p> <p>Egybevágó alakzatok, szimmetriák felismerése</p> <p style="text-align: center;">A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.</p>	<p>Escher és Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából.</p>	<p>Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok</p> <p>Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája.</p> <p>Építészeti alkotások</p>
<p>Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok.</p> <p style="text-align: center;">Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása feladatokban, tételek bizonyításában.</p>	<p>Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diszkusszió.</p>	
<p>A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala.</p> <p>A középpontos tükrözés alkalmazása.</p>		
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükrképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolóját hagyományosan és digitális eszközzel 	

10. évfolyam

Témakör	Matematikai logika	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban. Állítás tagadása egyszerű feladatokban. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása. Más tantárgyakból vett feladatok illetve a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.	Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek Szövegértés bármely tantárgyban.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A „nem” , az „és” , a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása.</p> <p>A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása.</p> <p>A „ Ha ...akkor” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értéke és tagadása.</p>	<p>Stratégiai és logikai játékok.</p> <p>„Szigetlakó”, „ki a tettes” típusú feladatok csoportmunkában.</p>	<p>Állampolgári ismeretek: tudatos pénzügyi tervezés.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tétel, bizonyítás, igaz-hamis, „nem”, „és”, „vagy... , vagy”, „ha... , akkor”, „akkor és csak akkor”	
Továbbhaladás feltétele	<p>A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</p> <p>Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;</p> <p>Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.</p>	

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 12+4
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. A szorzási elv alkalmazása. $n!$, n^k típusú feladatok.	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámolással. Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű feladatokhoz saját szöveg írása, „feladatküldés” csoportmunkában. Téves megoldású kombinatorika-feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása	Sport: csapatjátékok
Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladat-szöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában	Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat. Sport. csapatjátékok szemléltetése
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, gráf csúcsa, él	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására rendszerezéssel - Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására matematikai problémákban - Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazására feladatok megoldásában - Összeszámlálási modellek alkalmazására feladatok megoldásában - Gráfok alkalmazására konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására 		

Témakör	Hatvány, gyök	Óraszám 8+3
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejen, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számközbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Ismerje és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Négyzetgyök fogalma.</p> <p>A négyzetgyökvonás azonosságai.</p> <p>Műveletek gyökös kifejezésekkel.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól.</p> <p>Nevező gyöktelenítése.</p>	<p>A pontos érték meghatározása igényének kialakítása</p> <p>A számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban</p> <p>Többféle bizonyítási lehetőség bemutatása (a <i>számtani- és mértani közép közti egyenlőtlenség bizonyítására</i>)</p>	<p>Fizika: fonalinga lengésideje, rezgésidő kiszámítása</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Az n-edik gyök fogalma és alkalmazása <i>n-edik gyök azonosságai</i>		A pontos érték kiszámításának igénye, illetve a számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban.	Pénzügyi számítások: a kamatláb kiszámítása
Kulcsfogalmak/Fogalmak	négyzetgyök, n-edik gyök		
Továbbhaladás feltétele	- A négyzetgyök, és az n-edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete, a velük végzett műveletek magabiztos elvégzése mind a pontos érték, mind a közelítő érték meghatározásának tekintetében.		

Témakör	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Óraszám 16+5
Előzetes tudás	Mérlegelv, egyenletmegoldás lépései, nevezetes azonosságok, egyenlőtlenség fogalma, grafikus megoldás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés. Ellenőrzés és válaszadás az ésszerűségi szempontokat figyelembe véve.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek megoldása. grafikus megoldás teljes négyzetté kiegészítés szorzattá alakítással mérlegelvvel.		Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.
A másodfokú egyenlet megoldóképlete. Diszkrimináns. A gyöktényező alak.			

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.		Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről.	
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán.		Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során	
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.			Fizika, kémia: számítási feladatok
$\sqrt{x+c}=ax+b$ Értelmezési tartomány, ellenőrzés szerepe, szükségessége.			
<i>Két szám számtani- és mértani közepe, a közöttük lévő egyenlőtlenség</i>			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - problémának megfelelő matematikai modellt választ - a modellben kapott megoldást az eredeti problémába visszahelyettesítéssel értelmezi, ellenőrzi - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, ismeri és alkalmazza a diszkrimináns, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi 		

Témakör	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Óraszám 8+3
Előzetes tudás	Függvény fogalma. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolút érték-függvény. Függvények tulajdonságai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények ábrázolása és jellemzése. (Ismétlés) Ábrázolás teljes négyzetté alakítással. Függvénytranszformációk. $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $.		geometriai szerkesztő program használata	Informatika: függvényábrázolás, grafikonszerkesztés.
Négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése és függvény transzformációk végrehajtása. (Ismétlés)			
Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása			
Egyszerű másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati élethez kapcsolódó szélsőértékfeladatok		megoldása csoportmunkában	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitálisan ábrázol - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, $f(x)=c$ megoldja - grafikonról leolvass alapvető tulajdonságokat 		

Témakör	Háromszögek	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Derékszögű háromszög, Pitagorasz –tétel. Háromszögek oldalaira és szögeire vonatkozó ismeretek. Speciális háromszögek. Háromszög területe.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép használata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hegyes szögek szögfüggvényei</p> <p>Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben</p> <p>Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei</p> <p>Tompaszög szinusz, koszinusz, tangense</p> <p><i>Szögfüggvények általánosítása (szinusz), Szinuszfüggvény</i></p>		<p>A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása</p> <p>Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában</p>	<p>Fizika: erővektorfelbontása derékszögű összetevőkre</p>
<p>Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.</p>		<p>Tetszőlegesen kijelölt háromszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben - alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban; - kiszámítja a háromszögek területét - válaszait megfelelő mértékegységben adja meg 		

Témakör	Négyszögek, sokszögek	Óraszám 5+2
Előzetes tudás	Speciális négyszögek fogalmának, sokszög fogalmának ismerete. Négyszögek külső és belső szögeinek összegére vonatkozó tételek ismerete. Négyszögek és tulajdonságai. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyszögek területének meghatározása különböző módszerekkel	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással. Területszámítási feladatok megoldása.		Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan	
Szabályos sokszög területének kiszámítása			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. 		

Témakör	A kör és részei	Óraszám 5+2
Előzetes tudás	Egyenes arányosság. Kör fogalma, kerülete, területe. Középponti szög.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Körrel kapcsolatos ismeretek bővítése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése. Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.	Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a körív hosszával; különböző méretű körök esetén kapott adatok táblázatba foglalása. Körívvel készíthető motívumok tervezése.	Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás. Képzőművészet, építészet, modellezés. Természeti környezet, kertépítés.

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<i>Thalész tétele és a tétel megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. Matematikatörténet: Thalész. Kerületi szög fogalma, tételek: Kerületi és középponti szögek. Húrnégyszög. Érintőnéyszög.</i>			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ki tudja számolni a kör részeinek területét, kerületét - geometriai feladatokban a mértékegységeknek megfelelően adja meg a választ 		

Témakör	Transzformációk, szerkesztések	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása a problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok. <i>A geometriai transzformációk tulajdonságai:</i> – <i>fixpont, fix egyenes, fix sík,</i> – <i>szögtartás, távolságtartás, irányítástartás</i> <i>Geometriai transzformációk szorzata</i></p>	<p>Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.</p>
<p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>	<p>Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorny) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában</p>	<p>Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p>
<p><i>Geometriai szélsőérték-feladatok.</i> <i>Háromszögbe írt minimális területű háromszög.</i> <i>Izgonális pont</i></p>		<p><i>Földrajz:</i> minimális utak meghatározása</p>
<p>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. <i>A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása.</i> <i>Mértani közép szerkesztése.</i> <i>Egyszerű szélsőérték-feladatok.</i> <i>Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele.</i> <i>Aranymetszés.</i> <i>Kapcsolat a Fibonacci-sorozattal</i></p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet. <i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei művekben</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Forgatva nyújtás.</p> <p>Merőleges affinitás</p> <p>Ptolemaiosz tétele.</p> <p>Matematikatörténet: Ptolemaiosz.</p>			
<p>Néhány kapcsolódó tétel.</p> <p>Ceva és Menelaosz tétele.</p> <p>Euler tétele a beírt és körülírt kör középpontjának távolságára.</p> <p>Feuerbach-kör és Euler-egyenes.</p> <p>(Célszerű a bizonyításokat megmutatni, a bennük lévő ötletek miatt, de a teljes bizonyítások megtanulása nem szükséges.)</p> <p>Matematikatörténet: Euler.</p>			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének, valamint a hasonló testek felszínének, és térfogatának arányára vonatkozó tételeket. 		

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 10+3
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból.</p> <p style="text-align: center;">Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.</p> <p style="text-align: center;">Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont.</p> <p>Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása</p>		<p>Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). ..</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>
<p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>		<p>Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhető-e az ismert középértékekkel.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián, valamint a szórás fogalmát. - Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait 		

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 8+3
Előzetes tudás	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakoriság, relatív gyakoriság táblázatok készítése Valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon		Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (dobások szabályos dobókockával, pénzérmével...).	Informatika: véletlenszám generálás, véletlen események szimulálása
Klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása		Különböző társasjátékokban nyeresi esély meghatározása. Szerencsjátékok esetében nyeresi esélyek összehasonlítása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség		
Továbbhaladás feltételei	- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, fogalmát értelmezi és alkalmazza.		

11. évfolyam

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 10+6
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában <i>Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör.</i></p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő össze- számlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
<p><i>A matematika felépítése.</i> <i>Fogalmak, alafogalmak, axiómák, tételek, sejtések.</i> <i>Műveletek a matematikában.</i> <i>Műveleti tulajdonságok.</i> <i>Relációk a matematikában és a mindennapi életben.</i> <i>Relációtulajdonságok.</i> <i>Bizonyítási módszerek áttekintése.</i> <i>Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása</i></p>		<p><i>Filozófia: Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 	

Témakör	Számelméleti ismeretek	Óraszám 8+4
Előzetes tudás	oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, számhalmazok, helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Szabályok betartása, korábbi ismeretek alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal. Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból (ismétlés)</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvészkövek” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; – ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; – érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; 	

Témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Óraszám 18+12
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök. Valós számok halmaza	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés)</p> <p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén</p> <p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai</p>	<p>Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában</p> <p>Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában</p>	<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>A logaritmus értelmezése</p> <p>Áttérés más alapú logaritmusra</p> <p>Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</p> <p><i>A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmosos egyenlet megoldása.</i></p>	<p>Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével</p> <p>10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 	

Témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Óraszám 12+8
Előzetes tudás	Törtekitevős hatvány, hatványozás azonosságai. Exponenciális egyenletek. Logaritmus fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

Témakör	Trigonometria	Óraszám 14+16
Előzetes tudás	Háromszög, négyszög, szabályos sokszög. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusz, koszinusz, tangens. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszis összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A szinusz-tétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegerés eszközei, GPS

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Szögfüggvények közötti összefüggések.</i> <i>Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</i> <i>A trigonometrikus függvények.</i> <i>A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushe- lyek, szélsőérték, periódus, monotonitás.</i> <i>A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat</i></p>		<p><i>Fizika: harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</i></p> <p><i>Informatika: grafikonok elkészítése számítógépes programmal</i></p>
<p><i>Két vektor skaláris szorzata.</i> <i>A skaláris szorzat tulajdonságai.</i> <i>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</i> <i>Merőleges vektorok skaláris szorzata.</i> <i>Szükséges és elégséges feltétel.</i> <i>Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.</i> <i>A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata.</i> <i>Vektorok vektoriális szorzata</i></p>		<p><i>Fizika: munka, elektromosság</i></p>
<p><i>Trigonometrikus egyenletek.</i> <i>Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.</i> <i>Trigonometrikus egyenlőtlenségek.</i> <i>Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.</i> <i>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</i> <i>Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése</i></p>		<p><i>Fizika: rezgőmozgás, adott kitérés- hez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása</i></p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Témakör	Koordinátageometria	Óraszám 20+10
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor</p> <p>vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása.</p> <p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásába</p>	<p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával</p> <p>Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> <p>Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Vektorok és pontok</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben</p> <p>Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</p> <p>Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</p> <p>Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</p> <p><i>Háromszög súlypontja. Szakasz harmadolópontja.</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben</p> <p>Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</p> <p>Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban</p> <p>Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</p> <p>Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</p> <p><i>Az egyenes egyenletei.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – ☐ Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. – ☐ Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. – ☐ Iránytényező egyenlet. – Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. – Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. – A feladathoz alkalmas egyenlet típus kiválasztása. – Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. – Két egyenes metszéspontja. – Két egyenes szöge. <p><i>Skaláris szorzat használata</i></p>	<p>Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével</p>	
<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p> <ul style="list-style-type: none"> – Kör és egyenes metszéspontja. – A kör érintőjének egyenlete. – Két kör közös pontjainak meghatározása. – Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. – A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. <p><i>Szerkeszthetőségi kérdések</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körrel a koordináta-rendszerben</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – <i>A parabola tengelyponti egyenlete.</i> – <i>A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.</i> – <i>A parabola és a másodfokú függvény.</i> – <i>Teljes négyzetté kiegészítés.</i> – <i>A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.</i> <p><i>A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió</i></p>		<i>Fizika:</i> geometriai optika, fény-szóró, visszapillantó tükör
<ul style="list-style-type: none"> – <i>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével.</i> – <i>Mértani helyek keresése.</i> – <i>Apollóniosz-kör.</i> – <i>Merőleges affinitással kapott mértani helyek.</i> – <i>Ponthalmazok a koordinátasíkon.</i> – <i>Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek.</i> <p><i>Lineáris programozási feladat.</i></p>		<i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata
Kulcsfogalmak/Fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában – koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat – koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; – ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; – egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; – kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; – megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; 	

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 12+6
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szó-rás.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése.
---	---

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</p> <p>Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórá	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 8+8
Előzetes tudás	A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>		<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben (Brown-mozgás, Wiener-folyamat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; 		

12. évfolyam

Témakör	Halmazok, matematikai logika	Óraszám 6+4
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataikhoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével. Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok.</p> <p>Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	logikai műveletek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani 	

Témakör	Sorozatok	Óraszám 20+12
Előzetes tudás	számsorozat fogalma, hatvány és logaritmus fogalma, százalékszámítás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalmának ismerete</p> <p>Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint</p> <p>Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartalma nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével</p> <p>A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	<p>Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász</p> <p>Életvitel: Kamatos kamat számítás</p>

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p> <p><i>Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – <i>Törlesztési feladatok.</i> – <i>Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.</i> – <i>Véges sorok összegzése.</i> – <i>Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése.</i> <p><i>Teleszkópos összegek</i></p>	<p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói.</p> <p>Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok.</p> <p>Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$ $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok.</p> <p>Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens.</p> <p>Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.			
Kulcsfogalmak/Fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 		

Témakör	Térgeometria	Óraszám 20+10
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonaljai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása a különböző testek esetén.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Korábbi ismeretek alkalmazása.	Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő, távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás
<p>A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete</p> <p>Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete</p> <p>Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben</p>	<p>A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen mérésrel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal</p> <p>Projektmunka a gömb-ről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai</p>	Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása
<p>A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</p> <p>A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</p> <p>A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása mérésrel és számításal</p>	<p>Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása mérésrel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel</p> <p>A Louvre bejárataként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).</p> <p>Kémia: kristályok felépítése.</p>
Síkídomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása		

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás</p>		<p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p>	<p>Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p>kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálój</p>		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket 		

Témakör	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	<p>Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismételése.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.</p>
<p>Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. $\frac{\sin x}{x}$ A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.</p>	<p><i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése. <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében.</p>
<p>A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p>	<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>

ja.	<p>Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja.</p> <p>Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</i></p>	
	<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. <p>A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Közéértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
	<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>	
	<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</p>	
	<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.</p>	

Témakör	Integrálszámítás	Órakeret 12 óra
----------------	-------------------------	----------------------------

Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)</p>		
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata. Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálójá. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)</p>		
<p>Térgeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Ortogonalis tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.</p>		<p><i>Kémia:</i> kristályok. <i>Művészetek:</i> szimmetriák.</p>
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p>		

<p>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.</p>
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	

<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.</p>		<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<p>Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.) Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?</p>		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkagúla, csonkakúp, gömb.</p>	

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám
		6
Előzetes tudás	A valószínűség klasszikus modellje.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. A valószínűség geometriai modellje. Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Az ismeretek alkalmazása a gyakorlati életből vett feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p> <p>Diszkrét valószínűség eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel.</p>	<p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p> <p>Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>
<p>Eseményalgebra.</p> <p>Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel.</p> <p>Matematikatörténet: George Boole</p>		
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése.</p> <p>A modell és a valóság kapcsolata.</p> <p>Szerencsejátékok elemzése.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p> <p>Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége.</p> <p>Kizáró események, független események valószínűsége.</p> <p>Feltételes valószínűség.</p> <p>Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján.</p> <p>Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.)</p> <p>Geometriai valószínűség.</p> <p>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd</p>		<p><i>Informatika</i>: véletlen jelenségek számítógépes szimulációja</p>
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén 	

Témakör	Rendszerező összefoglalás	Óraszám 32
Előzetes tudás	A 3,5 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i></p> <p>Halmazok.</p> <p>Számhalmazok.</p> <p style="padding-left: 40px;">A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata.</p> <p style="padding-left: 40px;">A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek.</p> <p style="padding-left: 40px;">A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.</p> <p style="padding-left: 40px;">A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.</p> <p style="padding-left: 40px;">A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Számelmélet, algebra.</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk. Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel. A zsebszámológép használata. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>		
<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordináta geometria. A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>		
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>		

